

prof. dr hab. Piotr Zakrzewski
Instytut Matematyki
Uniwersytetu Warszawskiego
ul. Banacha 2
02-097 Warszawa

Warszawa, 20.05.2023 r.

Recenzja w postępowaniu o nadanie stopnia
doktora habilitowanego
dr. Grigorowi Sargsyanowi

1. Problematyka badań naukowych dr. Sargsyana.

Cały dorobek naukowy dr. Sargsyana poświęcony jest modelom wewnętrznym teorii mnogości, dużym liczbom kardynalnym i różnym wersjom aksjomatu determinacji oraz wzajemnym związkom tych trzech obszarów badawczych. Jest to dla zrozumienia podstaw teorii mnogości problematyka fundamentalna.

Badanie modeli wewnętrznych zapoczątkowały prace Gödla nad niesprzecznością aksjomatu wyboru (AC) i hipotezy continuum (CH) z pozostałymi aksjomatami teorii mnogości (ZF). Gödel (1938) zdefiniował tzw. uniwersum konstruowalne L , będące prototypowym przykładem modelu wewnętrznego (AC i CH są w nim prawdziwe).

Twierdzenie Scotta (1961) o nieistnieniu w L liczby mierzalnej uważane jest za początek i punkt wyjścia programu poszukiwania podobnych do L modeli wewnętrznych, zawierających duże liczby kardynalne w rodzaju liczb mierzalnych. W szczególności model taki został znaleziony dla liczby mierzalnej, natomiast głównym celem programu wciąż pozostaje opisanie takiego modelu dla liczby superzwartej.

Liniowo uporządkowana hierarchia dużych liczb kardynalnych służy w teorii mnogości do mierzenia relatywnej niesprzeczności różnych dodatkowych założeń teoriomnogościowych. Dokładne umiejscowienie w tej hierarchii aksjomatu determinacji (AD) i jego wersji, odnoszących się do różnych klas zbiorów liczb rzeczywistych (mam tu na myśli słynne twierdzenia Donalda Martina, Johna Steela oraz Hugh Woodina), uważane jest za jedno z największych osiągnięć teorii mnogości. W szczególności, założenie istnienia odpowiednio dużych liczb (na przykład wspomnianej wcześniej liczby superzwartej, choć wystarczy założenie istotnie słabsze) implikuje wprost, że każdy rzutowy zbiór liczb rzeczywistych jest zdeterminowany i w szczególności ma regularne własności: jest mierzalny w sensie Lebesgue'a, ma własność Baire'a i zawiera kopię zbioru Cantora, o ile jest nieprzeliczalny.

Wspomniani w poprzednim akapicie John Steel i Hugh Woodin są liderami omawianej problematyki, w której rozwijaniu aktywnie uczestniczą ich

uczniowie, w szczególności Itay Neeman, Grigor Sargsyan oraz jego współautor Nam Trang. Należy podkreślić, że choć punktem wyjścia prowadzonych przez nich badań są programy, zahaczające o filozofię matematyki (zob. opisywane w Autoreferacie habilitanta programy Gödla i Steela), to badania te są niezwykle wyrafinowane technicznie. Zgadzam się z obu zdaniem, wyrażonymi przez Philipa Welcha w abstrakcie jego przeglądowego artykułu „Large Cardinals, Inner Models, and Determinacy: An Introductory Overview” (Notre Dame J. Formal Logic 56(1): 213-242 (2015)): „The interaction between large cardinals, determinacy of two-person perfect information games, and inner model theory has been a singularly powerful driving force in modern set theory during the last three decades. For the outsider the intellectual excitement is often tempered by the somewhat daunting technicalities, and the seeming length of study needed to understand the flow of ideas”. W efekcie, większość środowiska teoriomnogościowego podziwia omawianą problematykę, przyglądając się jej jednak z pewnej odległości... Mam nadzieję, że tę sytuację na polskim gruncie zmienić może właśnie aktywność naukowa habilitanta.

2. Przedstawienie podstawowych danych o habilitancie.

Dr Grigor Sargsyan uzyskał stopień doktora w 2009 roku na Uniwersytecie Kalifornijskim w Berkeley na podstawie rozprawy „A tale of hybrid mice”, napisanej pod kierunkiem Johna Steela. Rozprawa ta została nagrodzona Nagrodą Sacksa za najlepszą pracę doktorską z logiki matematycznej w 2009 roku.

W latach 2009–2012 dr Sargsyan pracował na Uniwersytecie Kalifornijskim w Los Angeles (UCLA), a w latach 2012–2021 – na Uniwersytecie Rutgersa. Od października 2021 roku jest profesorem IMPAN, pracuje w gdańskim oddziale Instytutu.

2. Osiągnięcia naukowe habilitanta.

Dr Sargsyan jest autorem lub współautorem 33 publikacji, w tym jednej monografii oraz jednego rozdziału w monografii. Jego prace zostały opublikowane w bardzo dobrych czasopismach, w tym: Adv. Math. (2), Trans. Amer. Math. Soc.(1), J. Symb. Log. (7), Proc. Amer. Math. Soc. (2), Ann. Pure Appl. Logic (2), Israel J. Math. (1), Arch. Math. Logic (6), J. Math. Log. (2) i Mem. Amer. Math. Soc. (monografia „Hod mice and the mouse set conjecture”). Prace te, według bazy cytowań Mathematical Reviews (MR; dostęp 19 maja 2023 r.) były cytowane 131 razy przez 44 autorów (indeks Hirscha 6).

Osiągnięciem naukowym, stanowiącym podstawę ubiegania się w aktualnym postępowaniu o nadanie stopnia doktora habilitowanego, jest jednotematyczny cykl pod tytułem „The core model induction beyond $L(\mathbb{R})$ ”, składający się z sześciu artykułów opublikowanych w latach 2014 – 2021. Dwa z nich są współautorskie – oświadczenia współautora, profesora Nama Tranga, nie pozostawiają wątpliwości, że rola habilitanta w ich powstaniu była w przypadku jednego z nich wiodąca, a drugiego równorzędna. Cztery

prace z tego cyklu zostały opublikowane w czasopismach za 200 punktów w punktacji ministerialnej (po dwie w Adv. Math. i J. Math. Log.). Cykl ten uzupełniają trzy artykuły nieopublikowane.

Tytułowa *indukcja rdzeniowa* (Core Model Induction, w skrócie CMI) jest wyrafinowaną techniką konstrukcji modeli wewnętrznych, wymyśloną przez Woodina, a następnie modyfikowaną i wykorzystywaną przez Woodina, Steela, Neemana i innych czołowych specjalistów. Prace habilitanta wpisują się w główny nurt omawianego obszaru badań i dotyczą szeregu kluczowych hipotez takich, jak na przykład *Hipoteza Jedynej Gałęzi* (Unique Branch Hypothesis), sformułowana przez Martina i Steela, bądź hipotez, których konkluzje zawierają istnienie modelu wewnętrznego dla liczby superzwartej (pokazanie istnienia takiego modelu pozostaje – jak wspomniałem wcześniej – jednym z głównych celów prowadzonych w tym obszarze badań). Zgodnie z „Programem Steela”, do którego habilitant się odwołuje, główne twierdzenia jego prac zmierzają do wyjaśnienia związków pomiędzy różnymi wariantami wspomnianych hipotez oraz ich konsekwencji.

Dr Sargsyan jest uznawany w środowisku za eksperta w dziedzinie wykorzystywania i rozwijania techniki CMI. Nie ulega wątpliwości, że jego wyniki, a w szczególności omawiane **osiągnięcie naukowe, stanowią znaczny wkład w rozwój teorii mnogości**, ze szczególnym uwzględnieniem obszaru badania jej modeli wewnętrznych, dużych liczb kardynalnych i różnych wersji aksjomatu determinacji oraz ich wzajemnych związków.

3. Pozostała aktywność habilitanta.

Dr Sargsyan był wielokrotnie zapraszany do wygłoszenia wykładów, w tym plenarnych i sesyjnych, na licznych ważnych konferencjach. W szczególności, w latach 2021 i 2022 wygłaszał referaty na zamkniętych konferencjach z teorii mnogości w Oberwolfach (gdzie był zaproszony po raz czwarty) i w Luminy, a także na Harvard Logic Colloquium i European Set Theory Conference. Prowadził też zajęcia podczas licznych szkół letnich oraz był członkiem komitetów organizacyjnych i naukowych wielu konferencji. Jest też członkiem Komitetu Powierniczego European Set Theory Society (w tym komisji odpowiedzialnej za przyznawany przez to Towarzystwo Medal Hausdorffa), wybranym na lata 2022 – 2025.

Habilitant trzykrotnie uzyskiwał na swoje badania granty NSF (odpowiednio na lata 2012 – 2014, 2014 – 2019, 2019 – 2022). Obecnie jest głównym wykonawcą grantu NCN WEAVE-UNISONO na realizację projektu „Klasyfikowanie modeli Pochodnych Aksjomatu Determinacji”, zaplanowaną na lata 2022 – 2025.

Spełnienie przez kandydata ustawowego kryterium dotyczącego wykazania się istotną aktywnością naukową nie budzi więc najmniejszych wątpliwości.

Warto też na koniec wspomnieć o aktywności organizacyjnej i dydaktycznej dr. Sargsyana w Polsce. Na początku maja habilitant zorganizował konferencję „The First Logic Gdańsk Conference”. Warto podkreślić, że na

jego zaproszenie do wzięcia udziału w tym kameralnym, trzydniowym spotkaniu, odpowiedziało liczne grono znanych specjalistów, wśród których znalazł się John Steel. Kolejną konferencję, „Recent developments in set theory”, habilitant organizuje tej jesieni w Będlewie. Dr Sargsyan prowadzi też seminarium online „The Baltic Set Theory Seminar”. Jego aktywność przyciąga do uprawianej przez niego problematyki i współpracy z nim młodych matematyków i studentów z Polski (w szczególności dr Sargsyan jest obecnie opiekunem pracy magisterskiej studenta wydziału MIMUW).

4. Konkluzja.

Reasumując, z pełnym przekonaniem stwierdzam, że wniosek habilitacyjny dra Grigora Sargsyana z nawiązką spełnia wymagania ustawowe i uzasadnia nadanie mu stopnia naukowego doktora habilitowanego.